基于禁忌搜索的公交区域调度配车模型研究

刘志刚 申金升 杨 威

北京交通大学，交通运输学院，北京 100044

摘 要：本文将以使用车辆总数和车辆总空驶时间最小为目标的公交车辆区域调度问题归结为一类约束极强的车辆调度问题（VSP），给出了目标函数和车场容量、车场存量以及续驶时间等约束条件，并设计了基于新解的表达方式的禁忌搜索算法的模型解法。通过一个简单算例的计算结果表明，用本文设计的算法求解该类 VSP 问题可以取得良好的运算结果，该算法是可行的，也是有效的。

关键词：车辆调度；公共交通；禁忌搜索；启发式算法

中图分类号：U491 文献标识码：A 文章编号：1672-4747（2007）04-0063-05

Regional Bus Scheduling Model Based on Taboo Search

LIU Zhi-gang SHEN Jin-sheng YANG Wei

School of Traffic and Transportation,

Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

Abstract：In this paper, the regional bus scheduling, whose objective is to minimize the number of the required vehicles and the total time of the deadheading trips, was formulated as a class of vehicle scheduling problem (VSP) that complies with the restrictions strictly. A mathematical model is built, and a modified taboo search algorithm was developed to solve the problem. The computational results demonstrated that the high quality solutions to the VSP could be obtained by using the modified taboo search algorithm, and that the algorithm is efficient and feasible.

Key words：Bus scheduling, public traffic, taboo search, heuristic algorithm

收稿日期：2006-10-11.

作者简介：刘志刚（1980-），男，吉林松原人，北京交通大学交通运输学院系统工程专业博士研究生。研究方向：管理系统工程，智能交通系统。

0 引 言

对于公交企业来讲，其基本任务就是如何调配好运力资源以求更好地满足城市居民的出行需求。公交区域调度模式的提出为这一目标的实现提供了很好的解决思路。所谓公交区域调度就是利用不同线路不同高峰期最大断面客流在方向上和时间上的不均衡来实现车辆、人员调度在不同路段间运力的动态组合，达到节约资源并提高车辆、人员的使用效率，增加不同线路的协调性的目的。

公交区域调度与单线调度最大的不同之处就在于车辆安排在几条线路上运行，从比较直观的角度来看，当某条线路处在高峰时段，就可以从处在低峰时段的线路抽调车辆。Gavish 和 Shifler[1]将车辆单线调度问题转化成了在满足行车班次需求约束条件下，使得车辆数量以及车辆在运行过程中空驶时间最小的数学模型。Bodin 和 Golden[2]采用两阶段法对单车场车辆调度问题进行了求解。Bertossi[3]等人研究了区域内有多个停车站场情况下的车辆调度问题（MDVS）。建立了使得车辆数量最少和每辆车停放在恰当地点从而减少运行成本的数学模型。Lamatsch[4]将 MDVS 问题转化成为一个多种货物从不同的源点运往不同的目的地的网络流量问题。Mesquita 和 Paixao[5]将模型进行了简化，用分枝定界法进行了求解。Haghani 和 Banihashemi[6]给出了有线路运行时间约束的 MDVS 问题的 0-1 规划模型和算法。

本文将研究重点放在，针对区域性多线公交调度，如何调配公交公司运营车辆使得所使用的车辆总数最少且车辆的空驶时间最短这个问题上。根据区域公交系统的特点，抽象出数学模型，并利用禁忌搜索的思想设计算法进行求解。

1 问题描述及模型构建

区域公交调度问题可描述为：在一个特定的时间段内，以实现公交公司综合运营成本最小化为目标的某一区域的多车场多线路的车辆时序指派问题。配车模型所要解决的问题就是使得时刻表中每一个车次都能得到执行，同时，区域内所使用的车辆数量最少，车辆的空驶里程最短。

建立模型之前，需要知道以下参数：n（车次数），k（车场数），$t_{l,N}$（车场 l 到第 N 条线路起点的行驶时间），$t_{i,j}$（两条线路起点间的行驶时间），t_N（各条线路的行驶时间），C（一台车辆的固定成本），c（一台车辆在单位时间内的可变成本），$D_l^{\max}$（车场 l 所能容纳的最大车辆数），$d_l^{\min}$（执行完所有任务后车场 l 最少车辆数），$T^{\max}$（车辆最大续驶时间）以及$[T^{B}, T^{E}]$（调度计划的适用时间区间，即所考虑的所有任务班次的发车时间的阈值）。由于是区域化连续调度，所以无须考虑车辆执行任务班次后必须回到原车场的情况，且调度过程中的车场存量只需满足当前调度计划要求即可。

在不考虑车辆容量约束、车型差异、车速差异，并保证前一调度计划执行完毕后各个车场存车数量符合规定要求（本文暂不探讨如何设定各调度计划期间内的车场车辆存量问题），且每个车次有且仅有一辆车来执行这五个假设的前提下，设模型的目标函数为：

$$f(\boldsymbol{X}) = \min\left\{Cm + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} C_{i,j}x_{i,j} + \sum_{l=1}^{k}\left[\sum_{i=1}^{n} C_{i,n+l}x_{i,n+l} + \sum_{i=1}^{n} C_{n+l,j}x_{n+l,j}\right]\right\}$$

其约束条件有：

$$\sum_{j=1}^{n+k} x_{i,j} = 1 \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{n+k} x_{i,j} = 1 \quad j = 1, 2, \cdots, n \tag{2}$$

$$d_l^0 - \sum_{t=0}^{T} x_{n+l,j} + \sum_{t=0}^{T} x_{i,n+l} \le D_l^{\max} \quad T \in [T^B, T^E] \quad l = 1, 2, \cdots, k \tag{3}$$

$$d_l^0 - \sum_{t=0}^{T^E} x_{n+l,j} + \sum_{t=0}^{T^E} x_{i,n+l} \ge d_l^{\min} \quad l = 1, 2, \cdots, k \tag{4}$$

$$x_{n+l,j} - y_{j,l} \le 0 \quad j = 1, 2, \cdots, n \quad l = 1, 2, \cdots, k \tag{5}$$

$$x_{i,n+l}-y_{i,l}\leq 0 \qquad j=1,2,\cdots,n \quad l=1,2,\cdots,k \tag{6}$$

$$y_{i,l}x_{i,j}-y_{j,l}\leq 0 \qquad j=1,2,\cdots,n \quad l=1,2,\cdots,k \tag{7}$$

$$\sum_{l=1}^{k}y_{i,l}=1 \qquad i=1,2,\cdots,n \tag{8}$$

$$\begin{aligned}&x_{i,j}\in\{0,1\} \qquad i,j=1,2,\cdots,n+k\\&(i,j)\neq(n+l,n+l') \quad l,l'=1,2,\cdots,k\end{aligned} \tag{9}$$

$$y_{i,l}\in\{0,1\} \quad i=1,2,\cdots,n \quad l=1,2,\cdots,k \tag{10}$$

$$\begin{aligned}&t_{l,i}+t_{i,i'}+t_{i',i''}+\cdots+t_{i^{n-1},i^{n}}+t_{i^{n},l'}\leq T^{\max}\\&x_{l,i}x_{i,i'}x_{i',i''}\cdots x_{i^{n-1},i^{n}}x_{i^{n},l'}=1\end{aligned} \tag{11}$$

$$T_n\in[T^{B},T^{E}] \tag{12}$$

式中，$\boldsymbol{X}$ 为模型的可行解，

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}x_{11} & \cdots & x_{1,n} & x_{1,n+1} & \cdots & x_{1,n+k}\\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ x_{n,1} & \cdots & x_{n,n} & x_{n,n+1} & \cdots & x_{n,n+k}\\ x_{n+1,1} & & x_{n+1,n} & x_{n+1,n+1} & & x_{n+1,n+k}\\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ x_{n+k,1} & \cdots & x_{n+k,n} & x_{n+k,n+1} & \cdots & x_{n+k,n+k}\end{pmatrix}$$

其中，

$x_{i,j}$ —— 若运行完车次 i 接着直接运行车次 j，则为 1，否则为 0；i, j=1,2,…, n；

$x_{i,n+l}$ —— 若车辆执行完车次 i 后直接回到 D_l，则为 1，否则为 0；i = 1,2,…, n；l = 1,2,…, k；

$x_{n+l,j}$ —— 若车次 j 是 D_l 发出车辆执行的首发车次，则为 1，否则为 0；l = 1,2,…, k；j = 1,2,…, n；

$y_{i,l}$ —— 若车次 i 是由 D_l 发出车辆执行的，则为 1，否则为 0；i = 1,2,…, n；l = 1,2,…, k；

$C_{i,j}$ —— 线路间空驶成本，$C_{i,j}=c_{i,j}\times t_{i,j}$；

d_l^0 —— 初始时刻车场 D_l 的车辆数；

m —— 完成车辆调度任务所需车辆总数（具体的计算方法详见算法设计部分）；

T_n —— 调度计划区间内各任务班次的发车时刻。

条件（1）保证每一辆车完成车次 i 之后回到车场或执行下一个车次 j。条件（2）使得每一个车次都能分配到车辆。条件（3）车场最大容量约束。条件（4）车场最小存量约束。条件（5）将车场 D_l 的车辆分配给 j，并且 j 是车辆从 D_l 开出后执行的首发车次。条件（6）说明车场 D_l 的车辆分配给 i，并且 i 是车辆回到车场 D_l 前执行的末班车次。条件（7）说明车辆执行完车次 i 直接执行车次 j，如果车次 i 是车场 D_l 分配的，那么车次 j 也是由车场 D_l 分配的。条件（8）保证每一车次仅有一个车场分配车辆。条件（9）和（10）分别给出了 $x_{i,j}$ 和 $y_{i,l}$ 的定义。条件（11）是车辆续驶时间约束。条件（12）保证所有任务班次的发车时间均在阈值范围之内。

2　算法设计

按照禁忌搜索算法[7]的基本原理，本文根据公交车辆调度的时序性很强而且硬约束条件很多的特点，采用结构体表示的自然数编码作为解的基本形式。用数字“0(x)”表示车场 x，这里的 x 代表区域内车场的编号，其它自然数表示所需完成的班次任务。可行解的生成流程如下：① 首先产生一组自然数序列；② 再根据模型中给出的各个约束条件插入车场符号“0(x)”；③ 因为是多车场问题，所以在生成有“0(x)”插入的自然数列以后，再分别考虑“0(x)”中 x 所具体代表的实际车场的编号（在一般情况下，由于区域内的车场数不会是很多，所以可以通过逐一对比，进而寻得最优解）；④ 合并可能合并的所有“0(x)”，将所有的任务班次连接成可行任务链；⑤ 可行任务链的条数即为所需车辆数 m。例如：对于一个有 9 个班次的调度任务来说，对于这 9 个班次按照发车时间的先后顺序依次编号，形成任务序列 1_2_3_4_5_6_7_8_9。按照上文中设计的模型可行解的生成流程，则初始解可表达为 0(x)_1_2_3_0(x)_0(x)_4_5_0(x)_0(x)_6_7_8_9_0(x)。这个初始解中存在 3 条以某车场“0(x)”为始点和终点的任务链。不妨假设这个初始解中的第 2 个“0(x)”和第 4 个“0(x)”代表同一个车场，在模型约束条件允许的情况下，便可以将第一条任务链和第三条任务链合并，进而形成新的任务链 0(x)_1_2_3_0(x)_6_7_8_9_0(x)。这样的话，可将这整个调度任务，安排成两条任务链，只需 2 辆车即可，即 m = 2。

2.1　初始解的产生及邻域操作方法

首先给所有的班次任务以发车时间为序按照自然数列依次编号，再按照时间顺序进行"$0(x)$"插入操作，进而找出模型的初始可行解。本算法采用 2-opt 作为邻域操作方法，每变换一次，则根据约束条件，重新插入车场编号"$0(x)$"，得到随机一对自然数位置交换后的新数列。例如：原可行解为 0(x)_1_2_3_0(x)_0(x)_4_5_0(x)_0(x)_6_7_8_9_0(x)，如果对 3、7 进行邻域交换操作，则新生成的可行解可能会变为 0(x)_1_2_7_0(x)_0(x)_4_5_0(x)_0(x)_6_0(x)_0(x)_3_8_9_0(x)。

2.2　终止原则

本文的终止原则采用确定迭代次数和频率控制相结合的方式。即如果在一个给定的步数内，当前最优值没有变化，那么，就终止计算，输出当前最优解；如果，在规定的迭代次数内没有达到频率控制的要求，那么，也终止搜索，输出当前最优解。本文将既有最优值出现的次数与总迭代次数之比作为记忆频率，记为

$$J\begin{cases}\text{Count}(\boldsymbol{X}^{\text{BSF}})/G & G\geq G^{\text{Max}}/2\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

2.3　其　它

本文将每次迭代产生的使得目标函数值最大/最小的解作为禁忌对象，将候选集合确定为随机产生的解的部分邻域空间，给被禁对象 $\boldsymbol{X}_{\text{n}}$ 一个数 t 作为禁忌长度，设模型的评价函数为到目前为止所得最优解的目标函数值与当前解的目标函数值之差，即

$$p(\boldsymbol{X}^{\text{Now}})=f(\boldsymbol{X}^{\text{BSF}})-f(\boldsymbol{X}^{\text{Now}})$$

3　算法步骤

STEP 1　生成可行解 $\boldsymbol{X}^{\text{Now}}$，令禁忌表 $Y=\Phi$，$\boldsymbol{X}^{\text{BSF}}:=\boldsymbol{X}^{\text{Now}}$。

STEP 2　如果当 $J(f(\boldsymbol{X}))$ 满足设定的终止条件时，算法终止；或当迭代次数 G 满足终止条件时，算法终止。输出 $\boldsymbol{X}^{\text{BSF}}$ 及 H_k 并生成时刻表。否则，转入下一步。

STEP 3　对 $\boldsymbol{X}^{\text{Now}}$ 实行邻域操作，得出满足禁忌要求的候选集合 $Can\_N(\boldsymbol{X}^{\text{Now}})$。

STEP 4　求所有候选集合中可行解的目标函数值，找出当前最优解 $\boldsymbol{X}^{\text{Best}}$。

STEP 5　$\boldsymbol{X}^{\text{Now}}:=\boldsymbol{X}^{\text{Best}}$。

STEP 6　如果评价函数 $p(x)=f(\boldsymbol{X}^{\text{BSF}})-f(\boldsymbol{X}^{\text{Now}})\geq 0$，则 $\boldsymbol{X}^{\text{BSF}}:=\boldsymbol{X}^{\text{Now}}$；否则，$\boldsymbol{X}^{\text{BSF}}$ 保持不变。

STEP 7　更新禁忌表，$J(f(\boldsymbol{X}))$，G，返回到 STEP 2。

4　算　例

根据上文给出的模型和算法，本文给出一个简单的算例加以说明。

已知：$n=8$，$k=3$，$C=30$，$c=1$，$D_1^{\max}=D_2^{\max}=D_3^{\max}=15$，$d_1^{\min}=d_2^{\min}=d_3^{\min}=5$，$T^{\max}=180$ min，$T^{\text{B}}=10{:}30$，$T^{\text{E}}=11{:}30$，各车场间、各车场到各班次线路起点之间以及各条线路的讫起点之间的走行时间和各条线路车辆达到各换乘节点的走行时间也均为已知（由于篇幅有限，具体取值略）（表 1）。

通过本文给出的启发式算法，算例的计算结果如表 2 所示，其中 $f(X^*)=1091$，所使用车辆数 $m=18$。

表 1　区域公交线路发车时刻

Tab.1　Departure timetable for the regional bus routes

线路	发车时刻							
1	9:07(1)	9:22(2)	9:37(3)	9:52(4)	10:07(5)	10:22(6)	10:37(7)	10:52(8)
2	9:00(9)	9:21(10)	9:42(11)	10:03(12)	10:24(13)	10:45(14)		
3	9:11(15)	9:26(16)	9:41(17)	9:56(18)	10:11(19)	10:26(20)	10:41(21)	10:56(22)
4	9:01(23)	9:16(24)	9:31(25)	9:46(26)	10:01(27)	10:16(28)	10:31(29)	10:46(30)
5	9:01(31)	9:16(32)	9:31(33)	9:46(34)	10:01(35)	10:16(36)	10:31(37)	10:46(38)
6	9:13(39)	9:34(40)	9:55(41)	10:16(42)	10:37(43)	10:58(44)		
7	9:10(45)	9:25(46)	9:40(47)	9:55(48)	10:10(49)	10:25(50)	10:40(51)	10:55(52)
8	9:08(53)	9:29(54)	9:50(55)	10:11(56)	10:32(57)	10:53(58)		

表 2　车辆调度结果

Tab.2　Results of the bus vehicle scheduling

车辆编号	调度结果	车辆编号	调度结果
1	0(3)_1_11_5_14_0(3)	10	0(1)_10_4_13_0(3)
2	0(1)_9_54_48_57_52_0(3)	11	0(2)_24_18_29_0(3)
3	0(3)_15_26_20_0(2)	12	0(3)_3_12_7_0(1)
4	0(2)_23_17_28_22_0(2)	13	0(3)_16_27_21_0(2)
5	0(1)_31_40_36_30_0(3)	14	0(1)_33_49_8_0(1)
6	0(2)_39_34_50_58_0(2)	15	0(2)_47_37_44_0(1)
7	0(2)_45_55_42_38_0(2)	16	0(2)_46_6_0(1)
8	0(3)_53_25_56_43_0(1)	17	0(1)_32_41_0(1)
9	0(3)_2_35_51_0(3)	18	0(3)_19_0(2)

5　结　论

通过以上简单实例可以看出，用本文设计的多车场多线路公交车辆区域调度模型和改进了的禁忌搜索算法求解这类特殊的 VSP 问题可以取得良好的计算结果，该算法是可行的，也是有效的。模型考虑了车辆续驶里程、车场容量和存量的约束，以及算法中设计了新的解的结构，这些都对于该类问题的解决也具有一定的参考价值。

参考文献

[1] Gavish B. and Shifler E. An Approach for solving a class of transportation scheduling problems [J]. European Journal of Operations Research, 1978(3), 12-134.

[2] Bodin L and Golden B. Classification in vehicle routing and scheduling. In: Special Issue International Workshop on the Scheduling of Vehicles and Crew [J]. Networks, 1981, 97-108.

[3] Bertossi A. A., Carraresi P., Gallo G. On some matching problems arising in vehicle scheduling models [J], Networks, 1987, 17: 271 -281.

[4] Lamatsch A. An approach to vehicle scheduling with depot capacity constraints [C]. M. Desrochers, J.M. Rousseau, (Eds.): Computer-Aided Transit Scheduling, Springer, 1992, 181-195.

[5] Mesquita M., J. Paixão. Exact algorithms for the multiple-depot vehicle scheduling problem based on multi-commodity network flow type formulations [C]. N.H.M. Wilson, (Eds.): Computer-Aided Transit Scheduling, Springer, 1997, 221-243.

[6] Haghani A., Banihashemi M. Heuristic approaches for solving large-scale bus transit vehicle scheduling problem with route time constraints [J]. transportation Research, 2002, 36A: 309-333.

[7] Glover F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence [J]. Computers and Operations Research, 1986, (13): 533-549.