

# 危险废物回收物流的 选址-路径多目标模型

赵佳虹 彭艳梅

西南交通大学, 交通运输学院, 成都 610031

**摘要:** 本文构建了一个危险废物回收物流系统选址-路径问题的多目标改进模型。该模型特别考虑了废物类型与运输车辆的多样性, 废物与运输车辆的相容性, 并采用暴露人口吨数表示风险, 以最小化最大风险区域代表风险公平性优化目标。同时, 该模型主要确定了回收中心的位置, 回收中心配备的运输车辆类型, 以及各类危险废物的车辆运输路径。针对所建立的多目标 0-1 混合整数线性规划模型, 本文采用 TOPSIS 法设计了求解算法, 并通过一个算例表明该模型和算法可以获得最优解。

**关键词:** 危险废物; 回收物流; 选址-路径; 多目标模型

中图分类号: O224; F715.6

文献标识码: A

文章编号: 1672-4747(2011)02-0025-05

## A New Multi-objective Model for the Combined Location-routing Problem in Hazardous Waste Recycling Logistics

ZHAO Jia-hong PENG Yan-mei

College of Traffic and Transportation,

Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

**Abstract:** Especially considering the diversity of waste types, vehicles, waste and vehicle compatibility, measuring the risk with the population exposure, and taking the minimization of the max-risk region as the equality optimization objective, an improved multi-objective model for the combined location-routing problem in a hazardous waste recycling logistics system was proposed. This model aimed to decide where to open a recycling center, what

收稿日期: 2010-05-31.

作者简介: 赵佳虹(1986-), 女, 汉族, 山西省朔州市人, 西南交通大学交通运输学院博士研究生。

kind of vehicle to be equipped in the recycling center, and how to route different types of hazardous waste. Then, an algorithm was designed to solve this multi-objective 0-1 linear programming model by adopting the TOPSIS method. Finally, an example was experimental analyzed to demonstrate that the model and algorithm could gain the best solution.

**Key words:** Hazardous waste, recycling logistics, location-routing, multi-objective model

## 0 引言

危险废物是指具有腐蚀性、毒性、易燃性、反应性或感染性等一种或几种危险特性的固体或液体废物。危险废物会对环境或人体健康造成有害影响，它们的存在对环境和人类生活形成潜在威胁。

现有文献大多是单独优化设施选址和车辆运输路径两个 NP 问题。如文献[1]就研究了回收中转站的选址问题，文献[2][3]提出了带周期性车辆路径问题，协同优化了设施选址和车辆运输路径，但其忽略了危险废物的危险性，也没有考虑到危险废物类型的多样性。文献[4]引入了风险和风险公平性两个目标，但所建立的多目标模型仅以运输风险的最小化代表风险优化目标，以设施选址风险的最小化代表风险公平性优化目标，忽略了运输车辆类型的多样性，危险废物和运输车辆的相容性。本文所研究的危险废物回收物流系统的选址-路径问题(hazardous waste recycling location-routing problem, HWRLRP)模型则是在既有文献的基础上，将危险废物和运输车辆类型的多样性，以及危险废物和运输车辆的相容性纳入回收物流系统进行综合考虑，以费用、风险和风险公平性为目标，同时解决回收中心选址问题、回收中心的运输车辆配备问题、危险废物与运输车辆分配问题以及车辆运输路径的选择问题。

## 1 数学模型

HWRLRP 多目标模型以运输车辆的最小运输要求和最大运输能力，以及回收中心的最小回收量要求和最大回收能力为约束条件，包含费用、风险和风险公平性三个优化目标。其中，费用包括危险废物的运输费用、回收中心的选址费用、车辆固定使用费用和

运营费用。风险采用暴露人口吨数<sup>[5]</sup>，包括危险废物的运输风险、回收中心的选址风险。风险公平性采用最小化最大风险区域方法，使受影响最大的区域的风险最小，将风险最大限度的平均分配到各个区域，这里主要为设施选址的风险公平性。

### 1.1 模型建立

假设各类危险废物在网络节点间的道路上运输，道路的安全等级满足废物的运输要求，且道路无能力限制；不相容的危险废物不在同一时间由同一车辆进行运输。

令  $G(N, E)$  代表危险废物回收运输网络； $N$  为顶点集合， $N = S \cup R$ ； $E$  为道路集合； $S(1, 2, \dots, s)$  为危险废物源点集合； $R(1, 2, \dots, r)$  为回收中心建设候选点集合； $W(1, 2, \dots, w)$  为各类危险废物集合； $V(1, 2, \dots, v)$  为各类运输车辆集合，则

$$\min z_1 = \sum_{i \in R} b_i p_i + \sum_{i \in R} \sum_{v \in V} c_{iv} q_{iv} + \sum_{i \in R} \sum_{w \in W} y_{iw} d_{iw} + \sum_{w \in W} \sum_{v \in V} \sum_{i \in S} \sum_{j \in R} a_{wv} x_{wvij} l_{ij} \quad (1)$$

$$\min z_2 = \sum_{w \in W} \sum_{i \in R} y_{iw} N_i + \sum_{w \in W} \sum_{v \in V} \sum_{i \in S} \sum_{j \in R} x_{wvij} H_{ij} \quad (2)$$

$$\min z_3 = \max \left\{ \sum_{w \in W} y_{iw} N_i \mid i \in R \right\} \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \quad e_{iw} = \sum_{v \in V} \sum_{j \in R} x_{wvji} \quad \forall w \in W \quad \forall i \in S \quad (4)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in S} x_{wvij} = y_{iw} \quad \forall w \in W \quad \forall i \in R \quad (5)$$

$$\phi_i p_i \leq \sum_{w \in W} y_{iw} \leq \varphi_i p_i \quad \forall i \in R \quad (6)$$

$$\sum_{j \in S} x_{wvij} \leq M f_{wv} \quad \forall w \in W \quad \forall i \in R \quad \forall v \in V \quad (7)$$

$$\xi_v q_{iv} \leq \sum_{w \in W} \sum_{j \in S} x_{wvij} \leq \zeta_v q_{iv} \quad \forall i \in R \quad \forall v \in V \quad (8)$$

$$\sum_{v \in V} q_{iv} = 1 \quad \forall i \in R \quad (9)$$

$$y_{iw} \leq M p_i \quad \forall w \in W \quad \forall i \in R \quad (10)$$

$$\sum_{w \in W} \sum_{j \in S} x_{wv} \leq M q_v \quad \forall i \in R \quad \forall v \in V \quad (11)$$

$$q_{iv} \leq M p_i \quad \forall i \in R \quad \forall v \in V \quad (12)$$

$$x_{wv} \geq 0, \quad y_{iv} \geq 0 \quad \forall w \in W \quad \forall i \in S \quad \forall j \in R \quad \forall v \in V \quad (13)$$

$$p_i \in \{0,1\} \quad q_{iv} \in \{0,1\} \quad \forall i \in R \quad \forall v \in V \quad (14)$$

式中,  $z_1$  表示费用;  $z_2$  表示风险;  $z_3$  表示风险公平性;  $b_i$  为建立中心  $i$  的固定成本,  $i \in R$ ;  $p_i$  为 0-1 变量, 若建设中心  $i$ , 则为 1, 反之为 0,  $i \in R$ ;  $c_{iv}$  为中心  $i$  配备车辆  $v$  的固定使用成本,  $i \in R, v \in V$ ;  $q_{iv}$  为 0-1 变量, 若中心  $i$  配备车辆  $v$ , 则为 1, 反之为 0,  $i \in R, v \in V$ ;  $y_{iw}$  为中心  $i$  对废物  $w$  的回收量,  $i \in R, w \in W$ ;  $d_{iw}$  为中心  $i$  回收废物  $w$  的单位成本,  $i \in R, w \in W$ ;  $a_{wv}$  为车辆  $v$  运输废物  $w$  的单位成本,  $w \in W, v \in V$ ;  $x_{wv}$  为中心  $i$  的车辆  $v$  运输源点  $j$  的废物  $w$  的运量,  $v \in V, w \in W, i \in R, j \in S$ ;  $l_{ij}$  为源点  $i$  到中心  $j$  的运输距离,  $i \in S, j \in R$ ;  $N_i$  为中心  $i$  的暴露人口数量,  $i \in R$ ;  $M$  为 1 个无穷大的正整数;  $H_{ij}$  为源点  $i$  到中心  $j$  的运输路线上暴露人口数量,  $i \in S, j \in R$ ;  $e_w$  为源点  $i$  产生的废物  $w$  的总量,  $w \in W, i \in S$ ;  $\phi_i$  为中心  $i$  最小回收量,  $i \in R$ ;  $\varphi_i$  为中心  $i$  最大回收能力,  $i \in R$ ;  $f_{iw}$  为 0-1 常量, 若废物  $w$  与车辆  $v$  满足相容性, 则为 1, 反之为 0,  $w \in W, v \in V$ ;  $\xi_{iv}$  为中心  $i$  的车辆  $v$  的最小运量,  $i \in R, v \in V$ ;  $\zeta_{iv}$  为中心  $i$  的车辆  $v$  的最大运输能力,  $i \in R, v \in V$ ;

式 (1) 表示最小化费用; 式 (2) 表示最小化风险; 式 (3) 表示最大化风险公平性。式 (4) 和 (5) 为危险废物的流量守恒等式; 式 (6) 为回收中心的最小回收量和最大回收能力约束; 式 (7) 为危险废物与运输车辆的相容性约束; 式 (8) 为运输车辆的最小运输量和最大运输能力约束; 式 (9) 表示一个回收中心只配备一种运输车辆; 式 (10) - (12) 表示决策变量间的逻辑关系; 式 (13) (14) 为决策变

量定义域。

## 2 算 法

多目标优化问题的解是一个含有 Pareto 最优解的集合, 而单目标优化问题的解唯一, 因而常采用如线性加权法、目标规划或动态规划方法<sup>[6-8]</sup>等多目标优化方法, 将多目标转化为单目标优化问题进行求解。而 TOPSIS 方法, 又称为优劣解距离法, 是一种用于多目标决策分析和求解多目标优化问题的有效方法。

本文所建立的是一个多目标 0-1 混合整数线性规划模型, 目标函数包括最小化费用, 最小化风险和最大化风险公平性的三个优化目标, 并含有 0-1 离散决策变量和连续决策变量。其中, 费用和风险两个子目标的量纲不同, 且费用、风险和风险公平性三个子目标的权重具有模糊性, 将之转化为单目标优化问题具有一定难度。

因此, 对于本文模型可采用极值法消除子目标的量纲, 再利用 TOPSIS 法<sup>[9]</sup>, 将该多目标模型转化为一个单目标线性规划模型进行求解, 进而最终求得原多目标线性规划模型的有效解。

求解算法的具体实施步骤如下:

步骤 1: 令  $X$  代表多目标优化问题的决策变量向量;  $F(X)$  代表多目标优化问题的目标函数;  $f_i(X)$ ,  $i=(1, \dots, n)$  代表子目标对应的单目标优化问题的目标函数;  $G$  为多目标优化问题的可行域。

步骤 2: 求解该多目标 0-1 混合整数线性规划模型的目标函数中, 每一个子目标对应的单目标优化问题  $\{f_i(X) = \min f_i(X) \mid X \in G\}$ , 得到最优目标函数值  $f_i^*$ ,  $i=1, 2, 3$ 。

步骤 3: 采用极值法, 引入转换系数  $\eta_i = \frac{f_i(X) - f_i^*}{f_i(X)}$ ,  $i=1, 2, 3$ , 消除子目标的量纲。

步骤 4: 运用 TOPSIS 法, 将该多目标模型转化为单目标线性规划模型。该单目标线性规划模型为:

$$\min F(\mathbf{X}) = \sqrt{\sum_i \{\eta_i [f_i(\mathbf{X}) - f_i^*]\}^2}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \eta_i = \frac{f_i(\mathbf{X}) - f_i^*}{f_i(\mathbf{X})} & i=1,2,3 \\ \mathbf{X} \in G \end{cases}$$

步骤 5: 求解上述单目标线性规划模型, 进而求得原多目标线性规划模型的有效解。对于较小规模的实际问题, 可以直接运用数学优化软件如 Lingo 进行求解, 得到适合的选址-路径方案。

### 3 算例

算例中节点 1、2 和 3 为危险废物源点, 节点 4 到 11 为回收中心建设候选点。网络中分布有居民数量不同的居民点, 源点和候选点间的道路均满足危险废物运输要求, 道路信息见表 1。假设有 3 类危险废物, 分别以废物 1、废物 2 和废物 3 表示; 2 种运输

车辆, 分别以车辆 1 和车辆 2 表示。各类危险废物年产量见表 2。各回收中心建设候选点见表 3; 运输费用见表 4。

表 1 道路信息

Tab. 1 Road information

| 节点 | 距离/km |   |   |   |    |    |    |    |    |    | 暴露人口数/万人 |    |    |    |    |    |  |  |  |  |
|----|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----------|----|----|----|----|----|--|--|--|--|
|    | 4     | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 4  | 5  | 6        | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 |  |  |  |  |
| 1  | 6     | 4 | 5 | 6 | 16 | 14 | 15 | 16 | 10 | 16 | 10       | 10 | 20 | 16 | 20 | 20 |  |  |  |  |
| 2  | 8     | 6 | 1 | 2 | 18 | 16 | 11 | 12 | 10 | 16 | 2        | 2  | 20 | 16 | 4  | 4  |  |  |  |  |
| 3  | 14    | 8 | 8 | 5 | 14 | 18 | 18 | 15 | 14 | 2  | 4        | 8  | 28 | 4  | 8  | 16 |  |  |  |  |

表 2 危险废物

Tab. 2 Hazardous waste information

| 节点 | 废物 1  | 废物 2  | 废物 3  |
|----|-------|-------|-------|
|    | 年产量/t | 年产量/t | 年产量/t |
| 1  | 1600  | 1750  | 2700  |
| 2  | 400   | 1000  | 1800  |
| 3  | 800   | 600   | 2400  |

表 3 回收中心建设候选点

Tab. 3 Candidates of the recycling center

| 节点 | 建设费用/<br>万元/a | 固定费用/(万元/a) |      | 运营费用/(元/t) |      |      | 最小回收量/(t/a) | 最大回收能力/(t/a) | 暴露人口数/万人 | 最小运量/t |      | 最大运能/t |       |
|----|---------------|-------------|------|------------|------|------|-------------|--------------|----------|--------|------|--------|-------|
|    |               | 车辆 1        | 车辆 2 | 废物 1       | 废物 2 | 废物 3 |             |              |          | 车辆 1   | 车辆 2 | 车辆 1   | 车辆 2  |
| 4  | 65            | 4           | 5    | 250        | 200  | 150  | 1 500       | 6 000        | 2        | 400    | 350  | 5 000  | 5 000 |
| 5  | 40            | 5           | 6    | 200        | 350  | 300  | 1 200       | 4 000        | 3        | 300    | 600  | 3 500  | 4 000 |
| 6  | 55            | 5           | 6    | 300        | 450  | 400  | 1 200       | 6 500        | 2.5      | 450    | 500  | 5 000  | 4 500 |
| 7  | 60            | 5           | 5    | 400        | 250  | 350  | 1 200       | 5 000        | 4        | 250    | 200  | 4 000  | 3 500 |
| 8  | 65            | 4           | 5    | 250        | 200  | 150  | 1 500       | 6 000        | 2        | 400    | 350  | 5 000  | 5 000 |
| 9  | 40            | 5           | 6    | 200        | 350  | 300  | 1 200       | 3 500        | 3.5      | 300    | 600  | 3 500  | 4 000 |
| 10 | 55            | 5           | 6    | 300        | 450  | 400  | 1 200       | 6 000        | 5        | 450    | 500  | 5 000  | 4 500 |
| 11 | 60            | 5           | 5    | 400        | 250  | 350  | 1 200       | 4 500        | 3        | 250    | 200  | 4 000  | 3 500 |

表 4 运输费用

Tab. 4 Carriage charges

| 废物类型 | 运费/(元/t/km) |      |
|------|-------------|------|
|      | 车辆 1        | 车辆 2 |
| 废物 1 | 45          | 20   |
| 废物 2 | 60          | 25   |
| 废物 3 | 50          | —    |

注: “—”表示废物 3 与车辆 2 不满足运输相容性。

运用数学优化软件 Lingo11.0 编程, 求解多目标模中每个子目标所对应的单目标优化问题, 以及多目标转化后的单目标线性规划模型, 可获得最优解, 其部分计算结果见表 5。由此可见, 本文的多目标模型

具有实际可行性, 同时, 决策者可依据不同的情况,

表 5 计算结果

Tab. 5 Calculation results

| 费用/元      | 风险/<br>(万人·t) | 风险公平<br>性/(万人·t) | 回收<br>中心                  | 运输路径  |
|-----------|---------------|------------------|---------------------------|---|
| 8 577 772 | 129 093.3     | 11 375           | (4,2)、<br>(5,1)、<br>(6,1) | (1,1,5,3)、(1,1,6,1)、<br>(1,2,4,1)、(1,2,4,3)、<br>(2,1,6,2)、(2,2,4,1)、<br>(2,2,4,2)、(2,2,4,3)、<br>(3,1,5,1)、(3,1,5,3)、<br>(3,1,6,1)、(3,1,6,2) |

注: (4,2) 表示在节点 4 建设回收中心, 并配备车辆 2; (1,2,4,3) 表示源点 3 的废物 1 由回收中心 4 的车辆 2 运输至回收中心 4。

确定选择不同的选址-路径方案。

## 4 结束语

同既有研究成果相比,本文建立的模型更符合危险废物回收物流的管理实际,考虑的问题更为全面。这里利用极值法消除子目标的量纲,并采用 TOPSIS

法将多目标优化问题转换为单目标优化问题,利用现代数学优化软件进行模型求解。最后,算例的结果表明,该模型与算法可以获得选址-路径问题的最优方案。下一步的研究可考虑将废物的加工和处理环节添加到物流系统中,并确定相关设施的选址位置和车辆运输路径,或者设计新算法解决参数更多更为复杂的优化问题。

### 参考文献

- [1] Omer Kirca, Nesim Erkip. Selecting transfer station locations for large solid waste systems [J]. *European Journal of Operational Research*, 1988, 35(3): 339-349.
- [2] Angelelli E., Speranza M. G. The application for a vehicle routing model to a waste-collection problem: two case studies [J]. *Journal of Operational Research Society*, 2002, 53(9): 944-952.
- [3] 吕新福, 蔡临宁, 曲志伟. 废弃物回收物流中的选址-路径问题[J]. *系统工程理论与实践*, 2005, 5: 89-94.
- [4] 张敏, 杨超, 杨珺, 等. 危险品集成物流管理系统选址-选线模型研究[J]. *管理科学学报*, 2008, (2): 59-67.
- [5] Erkut E., Verter V. Hazardous materials logistics[A]. In: Drezner Z., editor. *Facility location* [C]. New York: Springer; 1995: 467-500.
- [6] Brimberg J., ReVelle C. A bi-objective plant location problem: cost vs. demand served [J]. *Location Science*, 1998, (6): 121-135.
- [7] Elena Fernandez, Justo Puerto. Multiobjective solution of the uncapacitated plant location problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2003, (145): 509-529.
- [8] Ioannis Giannikos. A multiobjective programming model for locating treatment sites and routing hazardous wastes [J]. *European Journal of Operational Research*, 1998, 104: 333-342.
- [9] Lai Y.J., Liu T.Y., Hwang C.L. Topsis for MODM [J]. *European Journal of Operational Research*, 1994, (76): 486-500.

(中文编辑: 吴继屏)