

# 基于双层规划模型的城市快速路匝道优化设置研究

徐 中 陈大伟

东南大学，交通学院，南京 210096

**摘 要：**匝道设置是城市快速路设置的关键问题之一。本文通过对匝道设置问题的分析，对城市快速路周边道路网络设计问题进行深入的研究，并采用双层规划模型描述问题。其中上层规划模型是从交通规划者的角度出发，在各种约束的前提下，设计合理的匝道布局，使得交通出行达到系统最优；而下层从用户的角度出发，采用变需求的用户平衡模型来描述用户的出行规律。上层模型采用遗传算法求解，下层模型采用超量需求法求解。算例的结果表明，该算法能得到合理的匝道设置方案，从而为规划者决策提供科学依据。

**关键词：**双层规划；匝道；遗传算法；超量需求法

中图分类号：U491.2

文献标识码：A

文章编号：1672-4747(2011)01-0084-08

## Analysis of Ramp Design and Optimization of Urban Expressway Based on Bi-level Programming Model

XU Zhong CHEN Da-wei

Transportion College, Southeast University, Nanjing 210096, China

**Abstract:** Ramp settlement is a key issue in design of urban expressway. Through analyzing ramp configuration, the paper investigated the road networks along urban expressways.

收稿日期：2010-03-26.

基金项目：国家自然科学基金资助项目（50708020），江苏省自然科学基金（BK2007566）。

作者简介：徐 中（1984-），男，汉族，安徽省合肥市人，东南大学交通学院在读博士研究生，研究方向为交通规划、交通运输组织与管理、交通流仿真。

The bi-level programming model was used to describe the problem. In this model, the upper part considered the transportation planner's perspective in order to design an optimal network structure and achieve systems optimization. The lower part of this model showed respect to the network users in order to attain the variable demand equilibrium. The upper model was solved by the genetic algorithm and the lower model was solved by the excess-demand algorithm. Result from an example revealed that the model could significantly improve the traffic operation quality, and get a reasonable plan for ramp settlement. Therefore, it provided a piece of scientific evidence for transportation planners to develop effective traffic solutions.

**Key words:** Bi-level programming model, ramps, the genetic algorithm, the excess-demand algorithm

## 0 引言

城市快速路匝道设计问题是一个投资、选址的决策问题。在一定的投资、选址等约束条件下,考虑交通出行者行为选择情况的同时,在何处设置匝道,使整个交通网络达到某种系统最优。这个决策问题以往是通过规划者的经验得出,这样做往往不能得到最优方案,通过本文介绍的方法,可以通过计算得到更理性的方案,至少为规划者的决策提供依据。

城市快速路匝道设置为城市交通网络问题(Network Design Problem, 简称 NDP)的一个特例,通常 NDP 被分为两种形式:离散型网络设计问题(Discrete Network Design Problem, 简称 DNDP)和连续型网络设计问题(Continuous Network Design Problem, 简称 CNDP)。城市快速路匝道设置是在现有的交通网络中如何确定新建道路的问题,属于离散型网络设计问题。因此本文将以 DNDP 理论为基础,建立离散型交通网络设计问题(Discrete Transportation Network Design Problem, 简称 DTNDP)<sup>[1-3]</sup>。

快速路匝道是城市交通系统中的一部分,政府部门对这样的交通基础设施投入了大量的资金和财政补贴,满足日益增长的交通需求;而公众则调节自己的出行行为以适应这样的给定的交通设施。由于 NDP 决策过程中涉及政府部门和公众的相互作用,是一个典型的双层决策问题,因此双层规划成为描述城市快速路匝道设置问题的理想工具。

图 1 为匝道设计示意图。传统的规划方法是由若干规划者根据自己的感性知识和经验提出多套方案,然后用评价模型对各套方案进行评价选优。这样做的缺点主要是:①忽略了被选方案以外的方案,真正的最优方案往往不在被选方案之中。②规划者通过自己的经验,只能解决某个局部的交通问题,而忽略了这个问题的解决对于全局交通网络的影响。

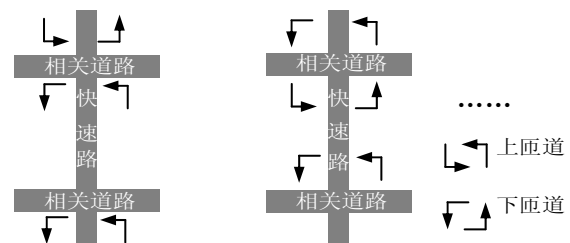


图 1 匝道设计示意图

Fig. 1 Ramp design representation

## 1 双层规划模型的建立

### 1.1 变量定义及假设

为了便于后文描述问题,下面首先定义相关变量,如表 1 所示。

### 1.2 双层规划模型

由于实际的规划问题有各种各样的影响因素,牵涉不同人群的利益,因此采用决策方法应该是多层次的系统决策方法,而非单一层次的决策方法。与多层

表1 相关变量的表示符号

Tab. 1 Relative notations

符号	意义
$\mathbf{A}$	弧集合
$\mathbf{R}$	匝道集合, $\mathbf{R} \subset \mathbf{A}$
$x_\alpha$	弧 $\alpha$ 上的流量 $x = (\dots, x_\alpha, \dots)$
$t_\alpha$	弧 $\alpha$ 上的交通时间 $t_\alpha = (\dots, t_\alpha, \dots)$
$f_k^{rs}$	OD 对 $r-s$ 间路径 $k$ 上的流量 $f^{rs} = (\dots, f_k^{rs}, \dots)$ ; $f = (\dots, f^{rs}, \dots)$
$q_{rs}$	起点 $r$ 与终点 $s$ 间的出行量; $(q)_{rs} = q_{rs}$
$\delta_{\alpha,k}^{rs}$	关系变量: $\delta_{\alpha,k}^{rs} = \begin{cases} 1 & \text{路段 } \alpha \text{ 在 OD 对 } r-s \text{ 间的路径 } k \text{ 上} \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases}$ $(\Delta^{rs})_{\alpha,k} = \delta_{\alpha,k}^{rs}$ ; $\Delta = (\dots, \Delta^{rs}, \dots)$
$D_{rs}(\cdot)$	与 OD 对 $r-s$ 对应的需求函数
$b_\alpha$	匝道 $\alpha$ 上投资额, $\alpha \in \mathbf{R}$
$\mathbf{B}$	匝道总投资额
$d_\alpha$	匝道 $\alpha$ 上投资决策变量, $\alpha \in \mathbf{R}$ : $d_\alpha = \begin{cases} 1 & \text{修建匝道 } \alpha \\ 0 & \text{不修建匝道 } \alpha \end{cases}$
$l_\alpha$	匝道 $\alpha$ 上的最小流量, $\alpha \in \mathbf{R}$
$u_\alpha$	匝道 $\alpha$ 上的最大流量, $\alpha \in \mathbf{R}$
$S_{ab}$	匝道 $a, b$ 的间距, $a, b \in \mathbf{R}$
$S$	匝道间的最小距离

次系统决策相对应的数学方法是多层规划。在多层规划中,以优化自己的目标函数为目的的决策者是在高层决策者事先确定决策变量值之后,对自己能控制的决策变量进行优化,以达到最优的目的。

在城市快速路匝道设置问题中,政府部门制定合理的规划方案,以使整个交通系统拥挤程度最小或社会效益最大,而出行者随着方案的变化及时调整自己的出行方式,以使自己的出行费用最小。在这个问题中包含两种不同目标的人群,应采用双层规划模型。双层规划是多层次规划的一种特例。在双层规划问题中只有两个层次、两种决策者,因此,双层规划模型成为描述交通投资决策过程的理想工具。

在出行者途径快速路并使用匝道时,出行量常常受匝道的布局及服务水平的影 响。假设网络中每一 OD 对  $r-s$  间的出行量  $q_{rs}$  是  $r-s$  间交通时间的函数,即  $q_{rs} = D_{rs}(u_{rs}) \forall r, s, u_{rs}$  是  $r, s$  间的最小的交通时间,  $D_{rs}(\cdot)$  表示  $r, s$  间的需求函数。

下层为变需求平衡问题,下层的交通分配模型可以表述如下:

$$\min z(x, q) = \sum_{\alpha} \int_0^{x_{\alpha}} t_{\alpha}(w) dw - \sum_{rs} \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(w) dw \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_k f_k^{rs} = q_{rs} \quad \forall r, s \quad (2)$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall k, r, s \quad (3)$$

$$q_{rs} \geq 0 \quad \forall r, s \quad (4)$$

$$x_{\alpha} = \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} \delta_{\alpha,k}^{rs} \quad \forall \alpha \quad (5)$$

式中  $D_{rs}^{-1}(\cdot)$  是与 OD 对  $r-s$  对应的需求函数的反函数  $q = (\dots, q_{rs}, \dots)$ 。

政府部门在建设匝道时,首先考虑的是如何设置匝道,使得路网效益最大化,即出行者时间之和最小。此外,要考虑匝道的利用情况,不能使匝道上的交通流量太大或太小,要保证求解结果符合《公路路线设计规范》要求的匝道间距最小值,要控制匝道的总投资额。因此上层为系统优化(SO)问题,需要满足的约束条件是:①匝道交通量必须在  $[l_{\alpha}, u_{\alpha}]$  范围内;②匝道间距必须大于  $S$ 。③匝道投资额之和小于投资总额:

$$\min \tilde{z}(x) = \sum_{\alpha} x_{\alpha} t_{\alpha}(x_{\alpha}) \quad (6)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{\alpha} d_{\alpha} b_{\alpha} \leq B \quad a \in \mathbf{R} \quad (7)$$

$$l_{\alpha} \leq x_{\alpha} \leq u_{\alpha} \quad a \in \mathbf{R} \quad (8)$$

$$s_{ab} \geq S \quad a, b \in \mathbf{R} \quad (9)$$

## 2 模型求解

双层规划模型分为从规划者角度出发的上层模型和从用户角度出发的下层模型,规划者希望出行者时间之和最小,用户希望自己的出行时间最小。上下层优化目标是相互矛盾相互影响的,因此博弈的最终结果是找到一个平衡点使两者的目标函数趋向一致<sup>[4]</sup>。遗传算法在求解上层模型时有较大优势,因为立交的方案可以由一系列离散的基因数据表示,而且方案的探索可以通过基因的杂交、变异等算子得到。在求解下层模型时,通常讨论的交通网络并非整个市区的路网,而是被分离出的快速路相关的路网,因此宜使用

变需求平衡分配。通过定义 OD 点对之间的需求函数，近似地体现城市其他道路对快速路的分流作用。

### 2.1 下层模型求解

变需求问题可以用更有效的定需求方法来求解，在这里采用超量需求法求解。它在网络中增加“虚设”的节点和路段，对网络进行变形后，即可求解变形后网络的定需求用户平衡问题，从而可获得网络变需求问题的平衡解<sup>[5,6]</sup>。

在超量需求法的网络表示法中，变量  $e_{rs}$  表示超量需求，即起点  $r$  与终点  $s$  间不能容纳的出行量 ( $e_{rs} = \bar{q}_{rs} - q_{rs}$ )。令  $W_{rs}(\cdot)$  表示逆需求的超量变量函数，即  $W_{rs}(e_{rs}) = D_{rs}^{-1}(q_{rs})$ ,  $\forall r, s$ 。

变需求规划问题的目标函数可以表示成：

$$\min z(x, e) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w) dw + \sum_{rs} \int_0^{e_{rs}} W_{rs}(v) dv \quad (10)$$

其中  $e = (\dots, e_{rs}, \dots)$  表示超量需求流量向量，该目标函数满足下列约束：

$$\text{s.t.} \quad \sum_k f_k^{rs} + e_{rs} = \bar{q}_{rs} \quad \forall r, s \quad (11)$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall k, r, s \quad (12)$$

$$q_{rs} \geq 0 \quad \forall r, s \quad (13)$$

$$e_{rs} \geq 0 \quad \forall r, s \quad (14)$$

因此定义一条载流  $e_{rs}$  的附加路段，该路段的位置可以由流量守恒约束（式（11）~式（14））确定，而且该路段上的流量为超量需求流量。因此，该路段应直接连接每一 OD 对的起终点，得到的网络如图 2 所示。

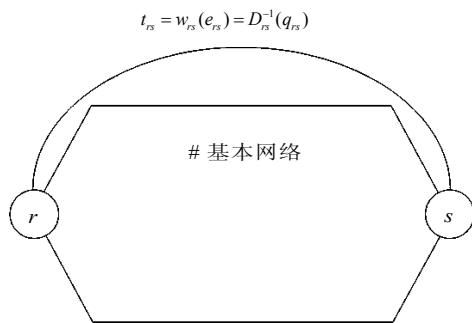


图 2 超量需求法网络表示

Fig. 2 Net expression of excess-demand representation

应用超量需求网络表示法，规划问题（10）就可以用用户平衡启发式算法中的能力约束法来求解。能力约束法的求解步骤如下：

（1）初始化。计算  $t_a^0 = t_a(0)$ ,  $\forall a$  的全有权无分配，从而得到一组路段流量  $\{x_a^0\}$ ，令迭代变量  $n := 1$ 。

（2）更新。令  $t_a^n = t_a(x_a^{n-1})$ ,  $\forall a$ 。

（3）网络配流。用以交通时间  $\{t_a^n\}$  为基础的全有或全无分配，将出行量分配到网络上去，产生一组路段流量  $\{x_a^n\}$ 。

（4）验证收敛性。如果

$$\max \{ |x_a^n - x_a^{n-1}| \} \leq k$$

停止（其当前路段流量即为解）。否则，令  $n := n + 1$ ，转向步骤（1）。

### 2.2 上层模型求解

上层模型求解的实质：①通过约束条件（式（7）~式（9））得到方案的数学表达式提交给下层模型；②通过下层模型得出的分配结果由式（6）得出对该方案的评价值，并比较选择最优的方案。对于步骤（2），对路段交通量求和即可。步骤（1）对匝道方案的数学表达才是上层模型求解的关键。

用遗传算法中的基因作为匝道方案的数学表达式较为合理，因为在匝道设置时常常需要模型化、数量化的方法支持，且构建的双层规划模型大都具有 NP（Nondeterministic polynomial time complete, NP-Complete）性质，而遗传算法则对于解决该类问题有突出的优越性<sup>[7,8]</sup>。

#### 2.2.1 解的构造

用一个  $n$  段基因串来表示一组匝道设置方案，每段  $n$  位， $n$  为候选方案中建设匝道的位置的个数最大值。基因的每一位表示在它所代表的位置建设匝道的形式，不建设为 0，上匝道为 1，下匝道为 2。

#### 2.2.2 初始群体的产生

在满足编码方案的前提下，随机产生  $L$  个个体，构成初始群体。将其记为：

$$G_0 = \{g_0, g_1, \dots, g_L\}$$

并对其可行性验证。

### 2.2.3 适应度函数

适应度函数为度量群体中各个个体在优化计算中接近于最优解的优良程度的函数,在该问题中它度量每个方案的优劣程度:

$$Fit(\tilde{z}(x)) = \tilde{z}(x) \quad (15)$$

式中,  $\tilde{z}(x)$  为 SO 问题的目标函数,函数值越低越接近最优解。

### 2.3.4 遗传操作

简单遗传算法的遗传操作主要有三种:选择、交叉、变异。

选择又称复制,是在群体中选择生命力强的个体产生新的群体的过程;交叉是在进化过程中,两个同源染色体通过交配而重组,形成新的染色体,从而产生出新的个体或物种;变异是在进化过程中,由于某些因素的影响而产生一些复制差错,这样会导致生物的某些基因发生某种变异,从而产生出新的染色体,表现出新的生物性状。

## 3 算例分析

### 3.1 算例问题描述

在本算例中,路网由郑州市沙口路、陇海路专项规划中的部分路段组成,如图3所示,其中由北至南的快速路是本文的研究对象,它由地面和高架部分组成。为了和整个郑州市区的路网相衔接,假设周边道路的末端为所有车辆的起点和终点,即交通小区(1~3),小区的发生吸引量表示该局部网络与全市交通网络的交换量。各种道路特性指标见表2,其中车道数、

表2 道路特性指标(单向)

Tab. 2 Road features

道路等级	车道数	设计车速 / (km/h)	通行能力 / (pcu/h)
快速路	高架	80	3000
	地面	60	2400
主干路	3	60	2000
次干路	2	40	1500
匝道	2	30	1200

设计车速以及通行能力为实际道路的真实值。表中的通行能力为无交叉口、匝道干扰下的通行能力,实际的通行能力根据交叉口、匝道间距调整。

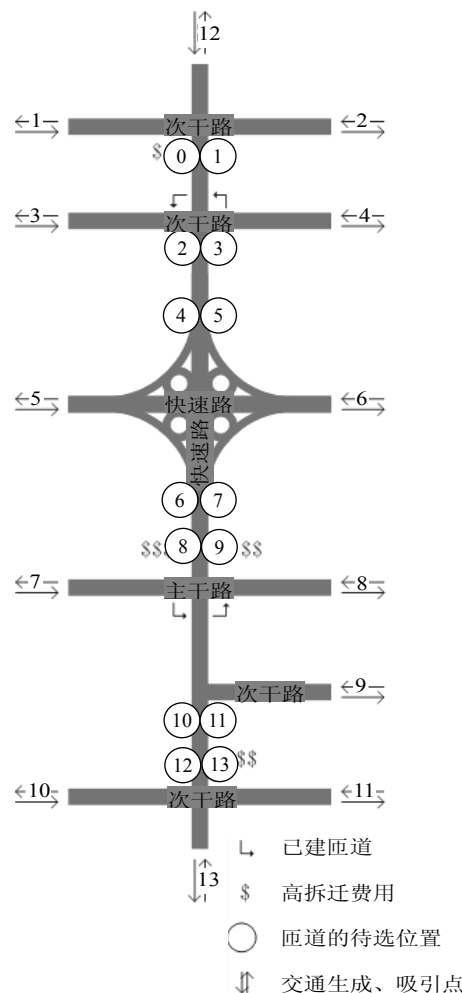


图3 路网示意

Fig. 3 Road network representation

### 3.2 匝道功能的描述

为了描述匝道的功能——上匝道允许地面的车辆进入高架,下匝道允许高架的车辆回到地面,必须将路网示意图转化成拓扑图(见图4)。拓扑图中每条道路均为单行线(弧),地面交叉口的每个转向由不同的弧表示。高架地面并存的快速路路段由4条弧表示,外侧为地面两个方向的弧,内侧为高架两个方向的弧,匝道为连接内外侧匝道的弧。在图3中,圆圈代表的匝道为匝道的待选位置,在每个待选位置可以

设置上匝道或下匝道。

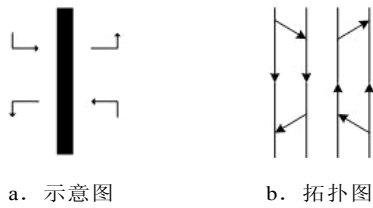


图4 路网示意

Fig. 4 Road network conversion

3.3 下层模型求解

在本算例中，变需求平衡问题的需求函数为：

$$D_{rs}(u_{rs}) = \bar{q}_{rs} \left( \frac{u_{rs}}{t_{rs}} \right)^\theta \quad (16)$$

式中， $\bar{q}_{rs}$  为 OD 矩阵中的固定需求， $\theta$  可以取

-0.5，表示需求随着出行时间的递增而递减。 $t_{rs}$  为零流最短路时间， $u_{rs}$  为实际最短路时间。

零流时间和实际时间采用美国公路局 BPR 模型：

$$u = t [1 + \alpha(v/C)^\beta] \quad (17)$$

式中

$u$  ——路段实际行驶时间，min。

$t$  ——路段交通量为零时路段行驶时间，min；

$v$  ——路段机动车交通量；

$C$  ——路段实用通行能力；

$\alpha, \beta$  ——参数，建议取  $\alpha = 0.15, \beta = 4$ ，

OD ——流量矩阵为周边交通需求的交换量。

根据小区的地理位置估测出小区的重要程度以及出行的发生吸引量，再得到小区间的假设 OD，见表 3。

表3 OD 矩阵 (pcu/h)

Tab. 3 OD matrix (unit: pcu/h)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	1000	0	200	0	400	0	200	200	0	200	200	200
2	1000	0	200	0	400	0	200	0	0	200	0	200	200
3	0	200	0	1000	0	400	0	200	200	0	200	200	200
4	200	0	1000	0	400	0	200	0	0	200	0	200	200
5	0	200	0	200	0	1600	0	200	200	0	200	400	400
6	200	0	200	0	1600	0	200	0	0	200	0	400	400
7	0	200	0	200	0	400	0	1000	200	0	200	200	200
8	200	0	200	0	400	0	1000	0	0	200	0	200	200
9	200	0	200	0	400	0	1000	0	0	200	0	200	200
10	0	200	0	200	0	400	0	200	200	0	1000	200	200
11	200	0	200	0	400	0	1000	0	0	1000	0	200	200
12	200	200	200	200	400	400	200	200	200	200	200	0	2000
13	200	200	200	200	400	400	200	200	200	200	200	2000	0

3.4 上层模型求解

用一个 20 段基因串来表示一组匝道设置方案，每段 14 位，基因的每一位表示在它所代表的位置建设匝道的形式：不建设为 0，上匝道为 1，下匝道为 2。

每个待选匝道的投资额必须通过所在地址的拆迁费用和匝道的建设费用确定。匝道的建设费用采用的是立交规划项目中的真实值，见表 4。设匝道流量的上下限为 100 和 1600。

表4 匝道建设费用

Tab. 4 Ramp cost

匝道编号	建设费用/万元
1、2、3、4、5、6、7、10、11、12	300
0	400
9	500
8、13	600

上层模型中的约束条件采用罚函数法进行处理，对于不满足投资额约束（式（7））的方案，超

过 100 万投资额惩罚 30000; 不满足流量约束(式(8)) 的方案, 一个匝道不符合惩罚 10000; 不满足交叉口 间距约束(式(9))的方案, 一个匝道不符合惩罚 10000。

基因的选择采用最优保存策略, 即适应度最好的 个体保留到下一代的群体中。

### 3.5 结果分析

使用 Python 编程实现双层规划的上下层算法, 并运用到本算例。对于 3 种约束条件分别进行计算: ①有 2000 万资金; ②有 2500 万资金; ③有 3000 万 资金。在不同资金约束条件下, 经过 100 代进化, 得 到每种约束下的最优解决方案。不同约束条件下的进 化过程如图 5。从第 8 代起, 各资金约束下的种群均 出现可行解。

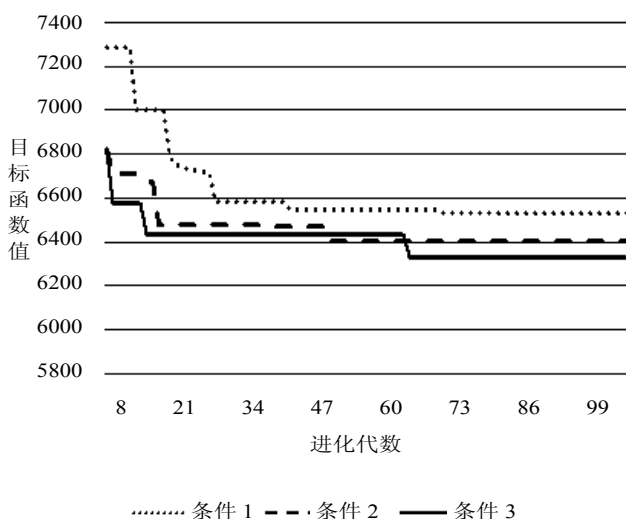


图 5 不同约束条件下的进化过程

Fig. 5 Evolution process of different constraint conditions

由图 5 可见各方案的基因进化至 30 代已经非常 接近最优解。其次, 随着资金的增加, 路网的整体通 行能力提高了, 用户出行的总时间在不断减少。不同 资金约束下的最优方案如表 5 所示。

条件 2 的最优方案下层模型分配结果如图 6 所 示, 其匝道布局的示意如图 7 所示。

表 5 不同资金约束下的最优方案

Tab. 5 Best solutions of different fund constraints

匝道位置/条件	条件 1	条件 2	条件 3
0	-	-	↗
1	-	↘	↘
2	↘	↗	-
3	-	-	-
4	↗	↘	↗
5	↘	↘	-
6	↘	-	↘
7	-	-	↗
8	-	-	↘
9	-	↗	-
10	-	-	↘
11	↗	↗	↗
12	↘	↘	-
13	-	-	-

注: ↗: 上匝道; ↘: 下匝道

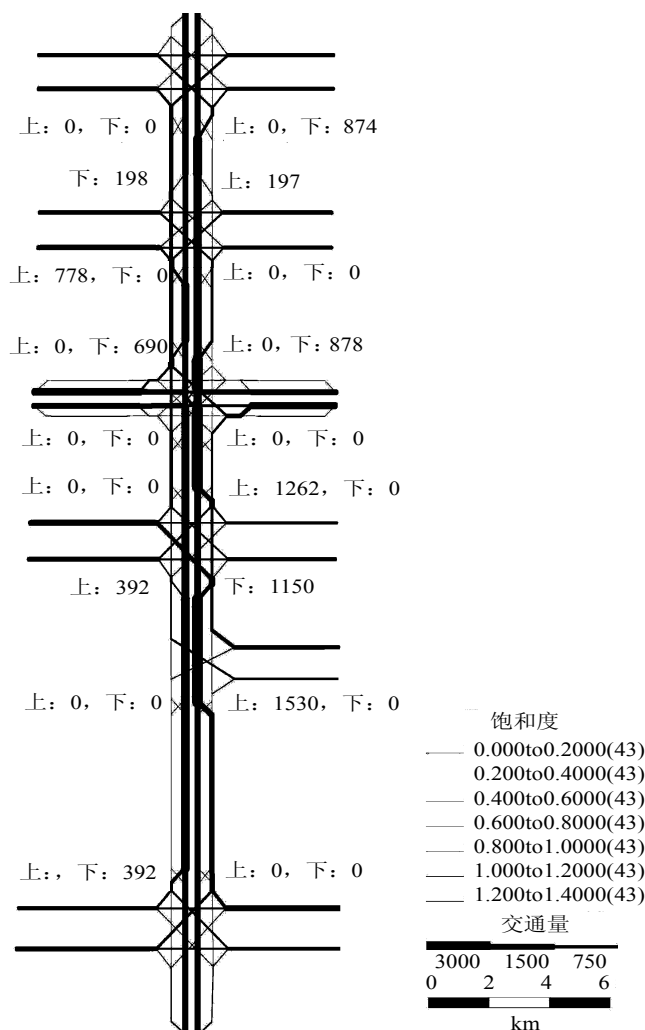


图 6 分配结果

Fig. 6 Traffic assignment result

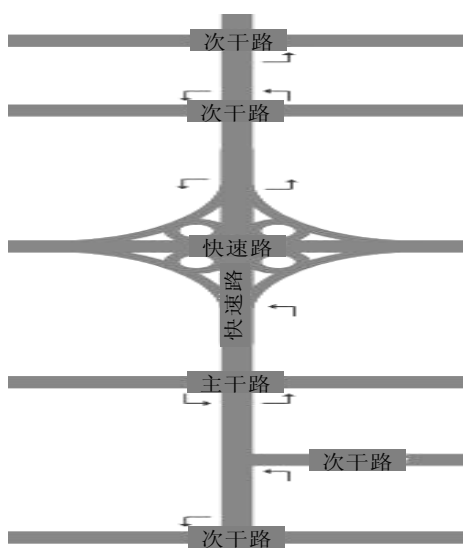


图7 匝道布局示意

Fig. 7 Ramp layout representation

## 4 结 论

本文在分析了交通网络设计问题的类型和研究现状后,选择了适合匝道布局设计的离散型交通网络设计的方法,并采用双层规划模型描述问题。其中上层规划模型是从交通规划者的角度出发,在各种约束的前提下,设计合理的匝道布局,使得交通出行达到系统最优;而下层从用户的角度出发,采用变需求的用户平衡模型来描述用户的出行规律。上层模型采用遗传算法求解,下层模型采用超量需求法求解。算例的结果表明,该算法得到的匝道设置方案能明显改善快速路周边的交通情况,从而能为规划者决策提供科学的依据。

### 参考文献

- [1] 桂 岚. 交通网络设计优化模型及算法[J]. 系统工程, 2006, 24 (12): 26-32.
- [2] 高自友, 张好智, 孙会君. 城市交通网络设计问题中双层规划模型、方法及应用[J]. 交通运输系统工程与信息, 2004, 4 (1): 35-44.
- [3] 盖春英, 裴玉龙. 市域公路网布局优化模型研究[J]. 公路交通科技, 2005, 22 (10): 88-92.
- [4] 刘灿奇. 交通网络设计问题的模型与算法的研究[J]. 公路交通科技, 2003, 20 (2): 57-67.
- [5] 黄海军. 城市交通网络平衡分析理论与实践[M]. 北京: 人民交通出版社, 1994.
- [6] Yosef Sheffi. Urban transportation networks : equilibrium analysis with mathematical programming methods[M]: Prentice-Hall INC, 1984.
- [7] 周和平, 晏克非, 徐汝华, 文雅. 基于遗传算法的公路网络设计的双层优化模型[J]. 同济大学学报, 2005, 33 (7): 920-925.
- [8] 张文修, 梁 怡. 遗传算法的数学基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1999.

(中文编辑: 刘娉婷)