

交通网络最优路径问题分类研究

潘义勇¹ 孙璐^{1,2}

1. 东南大学, 交通学院, 南京 210096

2. 美国 Catholic 大学, 土木工程系, 美国, 华盛顿特区 200064

摘要: 为了研究交通网络最优路径分类问题, 作者对交通网络、路径决策、路径目标函数进行了分类。首先针对交通网络行程时间的时变特性和随机特性, 基于图论和随机过程理论把交通网络分为四类网络模型, 即静态确定网络、动态确定网络、静态随机网络和动态随机网络。其次, 基于决策论把路径的决策分为先验决策和自适应决策。最后, 根据路径不同的目标函数定义把最优路径问题分为最小期望路径问题和最可靠路径问题。综上所述, 交通网络最优路径问题可分为 10 类子问题。

关键词: 智能交通; 交通网络的分类; 路径决策的分类; 路径目标函数的分类

中图分类号: U491

文献标识码: A

文章编号: 1672-4747 (2014) 03-0047-05

DOI: 10.3969/j.issn.1672-4747.2014.03.005

Classification of Optimal Routing Problems in Traffic Networks

PAN Yi-yong¹ SUN Lu^{1,2}

1. School of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, China

2. Department of Civil Engineering, The Catholic University of America, Washington DC 20064, USA

Abstract: In order to analyze the classification of the optimal routing problems in traffic networks, the classification of traffic network, routing decision and routing objective function was developed. First, based on the stochastic and time-dependent characteristics of a traffic network, four network models were developed with the coupling graph theory and the statistics theory. The four network models were static deterministic network, dynamic deterministic network, static stochastic network and

收稿日期: 2013-08-06.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (U1134206); 国家自然科学基金外青学者项目 (51250110075, 513111130); 交通运输部西部项目 (0901005C); 江苏省自然科学基金创新学者攀登计划项目 (SBK200910046); 美国国家科学基金总统奖项目 (CMMI-0408390); 美国国家科学基金项目 (CMMI-0644552)。

作者简介: 潘义勇 (1980-), 男, 安徽安庆人, 东南大学博士生。

dynamic stochastic network. Second, routing decisions were classified into a priori decision and an adaptive decision using decision theory. Finally, the different objective functions of routing were defined. Summarizing the above, the optimal routing problems in the traffic network were classified into ten subproblems.

Key words: Intelligent transportation, classification of traffic networks, classification of routing decisions, classification of routing objective functions

0 引言

最优路径问题是智能交通系统中路径诱导系统的核心问题^[1-2]。交通网络最优路径问题由交通网络模型,路径决策和路径目标函数三部分组成。一直以来,学者们根据对交通网络模型,路径决策和路径目标函数的不同假设建立了不同的交通网络最优路径模型并提出了相应的求解算法^[3-8],但是,这些都是针对具体的某一类问题展开的研究。目前,国内外鲜有文献对交通网络最优路径问题展开系统的分类研究,为了更好的展现交通网络最优路径问题的总体框架,有利于反映该问题的研究趋势并深入展开研究工作,本文对交通网络最优路径问题进行分类研究。首先,针对交通网络行程时间的时变特性和随机特性,基于图论和随机过程理论把交通网络分为四类网络模型:即静态确定网络,动态确定网络,静态随机网络和动态随机网络。其次,基于决策论把路径的决策分为先验决策和自适应决策。最后,根据路径的不同目标函数把最优路径问题分为最小期望路径问题和最可靠路径问题。这样,交通网络最优路径问题被分为 10 类子问题。

1 交通网络模型分类

交通网络模型主要由两个方面组成:(1)网络拓扑结构 $G=(N, A)$;(2)路段的行程时间 X 。下面我们从这两方面对交通网络模型的建立进行分类:

(1)静态确定网络^[4] $G=(N, A, X), \mathcal{N}(|N|=n)$ 是节点的集合, $\mathcal{A}(|A|=m)$ 是边的集合。每个节点 i 都有若干前节点和后节点与之连接,这些前节点的集合记为 $\mathcal{A}(i)=\{j(i, j) \in A\}$, 后节点的集合记为 $\mathcal{P}(i)=$

$\{k(k, i) \in A\}$ 。边 (i, j) 的行程时间 X_{ij} 是确定性的并且不依赖于时间。

(2)动态确定网络^[4] $G=(N, A, X, T), \mathcal{N}(|N|=n)$ 是节点的集合, $\mathcal{A}(|A|=m)$ 是边的集合。每个节点 i 都有若干前节点和后节点与之连接,这些前节点的集合记为 $\mathcal{A}(i)=\{j(i, j) \in A\}$, 后节点的集合记为 $\mathcal{P}(i)=\{k(k, i) \in A\}$ 。边 (i, j) 的行程时间 $X_{ij}(t)$ 是关于时间的函数。静态确定网络是动态确定网络的一个特例: $X_{ij}(t)=X_{ij}$ 。

(3)静态随机网络^[5] $G=(N, A, \tilde{X}), \mathcal{N}(|N|=n)$ 是节点的集合, $\mathcal{A}(|A|=m)$ 是边的集合。每个节点 i 都有若干前节点和后节点与之连接,这些前节点的集合记为 $\mathcal{A}(i)=\{j(i, j) \in A\}$, 后节点的集合记为 $\mathcal{P}(i)=\{k(k, i) \in A\}$ 。边 (i, j) 的行程时间 \tilde{X}_{ij} 是服从概率分布函数的随机变量,但是,该概率分布函数不依赖于时间。

(4)动态随机网络^[6-7] $G=(N, A, \tilde{X}, T), \mathcal{N}(|N|=n)$ 是节点的集合, $\mathcal{A}(|A|=m)$ 是边的集合。每个 i 都有若干前节点和后节点与之连接,这些前节点的集合记为 $\mathcal{A}(i)=\{j(i, j) \in A\}$, 后节点的集合记为 $\mathcal{P}(i)=\{k(k, i) \in A\}$ 。边 (i, j) 的行程时间 $\tilde{X}_{ij}(t)$ 是服从概率分布函数的随机变量,并且,该概率分布函数是依赖于时间的。因此,该随机变量可以表示成随机过程 $\{\tilde{X}_{ij}(t), t \in T\}$, T 是出发时间节点的集合。

2 路径决策的分类

动态随机网络环境下最短路径问题根据决策类型分为先验路径问题和自适应路径问题^[7-8]。先验路

径问题的目标是出发之前先求取一条最优的路径,行驶者不管网络条件的变化只根据确定的最优路前进,也就是通常意义上的路。自适应路径问题并不是求取一条最优路径,而是希望获得一个最优的路径选择策略,在路径决策过程中可以根据网络的不同状态而选择不同的下一邻居目标节点,也就是通常意义上的路径策略。

2.1 先验决策

假设旅行者在起点 $o \in N$, 根据当前的状态 $o=(o, t, b)$ (或者 $x_o=(o, t)$) 选择到达终点的路径,其中 o 是起点, t 是当前时刻, $b \in B$ 是给定的行程时间预算。连接起点 $o \in N$ 和终点 $d \in N$ 的所有通路的集合为 K^{od} 。给定起始状态 $x_o=(o, t, b)$ 和先验路径 $\lambda^{od} \in K^{od}$, 则终点的状态 $x_d=(d, \tilde{t}, \tilde{b})$ (或者 $x_d=(d, \tilde{t})$) 是不确定的,假如 \tilde{t} 和 \tilde{b} 是随机变量。从起点 t 时刻出发沿着路径 $\lambda^{od} \in K^{od}$ 的行程时间是随机变量,记为 $S_\lambda^{od}(t)$, 那么到达终点的时刻 $\tilde{t}=t+S_\lambda^{od}(t)$ 和终点的行程时间预算 $b=b-S_\lambda^{od}(t)$ 也是随机变量。

2.2 自适应决策

假设旅行者在决策点 $i \in N$, 根据当前的状态 $x_i=(i, t, I, B)$ (或者 $x_i=(i, t, I)$) 选择下一个节点,其中 o 是起点, t 是当前时刻, $I \in \mathcal{K}(t)$ 是当前的信息, $b \in B$ 是给定的行程时间预算, $\mathcal{K}(t)$ 是当前时刻 t 所有可能信息的集合。

定义当前的信息为当前时刻已经完成的路段行程时间的集合:

$$I = \{ \tilde{X}_{ab}(t') = \pi_{ab}(t') \mid \forall (a, b) \in Q \subseteq A \cap t' - t - \Delta t \} \quad (1)$$

式中, Q 表示当前信息中所覆盖的网络空间范围, Δt 表示当前信息获取的滞后时间。

定义集合 $N, T, \{I \in \mathcal{K}(t), t \in T\}$, B 的笛卡尔积的集合 Ω

$$\Omega = N \times T \times \{I \in \mathcal{K}(t), t \in T\} \times B \quad (2)$$

自适应路径策略是集合 Ω 到集合 N 的函数:

$$\mu: \Omega \rightarrow N \quad (3)$$

$\mu(i, t, I, B)$ 表示根据当前的状态下一个选择的节点。

假设旅行者根据自适应路径策略 $\mu: \Omega \rightarrow N$ 选择的下一个节点是 j , 下一个节点的当前状态 $x_j = \{j, \tilde{t}, \tilde{I}, \tilde{b}\}$ 是不确定的,例如 $\tilde{t}, \tilde{I} \in \tilde{\mathcal{K}}(\tilde{t})$ 和 \tilde{b} 随机变量。边 (i, j) 的行程时间 $\tilde{X}_{ij}(t)$ 是随机变量,所以,到达下一个节点 j 的时刻 $\tilde{t} = t + \tilde{X}_{ij}(t)$ 和行程时间预算 $b = b - \tilde{X}_{ij}(t)$ 也是随机变量。节点 j 的当前信息

$$\tilde{I} = \{ \tilde{X}_{ab}(t') \mid \forall (a, b) \in Q \subseteq A, 0 \leq t' - \tilde{t} - \Delta t \} \quad (4)$$

也是随机变量,因为 \tilde{t} 是随机变量。即使 \tilde{t} 是确定的,在时刻 t 和 \tilde{t} 之间,网络中其他边的行程时间也是不确定的。但是,给定当前状态和给定的自适应路径策略,根据已知的随机网络的概率分布描述可以求得所有节点 j 的当前信息的概率。

定义状态链 $\mu^{od} = \{x_o, \dots, x_i, x_j, \dots, x_d\}$ 为旅行者根据自适应路径策略 $\mu: \Omega \rightarrow N$ 在行程中所经历的状态的时间序列,其中 $x_o = \{o, t, I, b\}$, $I \in \mathcal{K}(t)$ 和 $x_d = \{d, \tilde{t}, \tilde{I}, \tilde{b}\}$, $\tilde{I} \in \tilde{\mathcal{K}}(\tilde{t})$ 分别是起点 $o \in N$ 和终点 $d \in N$ 的状态。旅行者根据自适应路径策略 $\mu: \Omega \rightarrow N$ 可能经历不同的状态链。给定起始状态 $x_o = \{o, t, I, b\}$, $I \in \mathcal{K}(t)$ 和自适应路径策略 $\mu: \Omega \rightarrow N$, 起点和终点之间的行程时间为随机变量 $\tilde{S}_\mu^{od}(t)$, 状态链的当前点构成了一条路径。

3 路径目标函数的分类

路径指标函数通常是期望值函数或是可靠性函数,期望值函数以期望值大小为判别路径优劣的标准^[6]。可靠度函数指的是在给定的时间内从起点到终点成功出行的概率,该概率越大说明该路径准时到达的可靠性越大^[8]。

3.1 先验最小期望路径问题

设 $E_\lambda(x_o) = E[\tilde{S}_\lambda^{od}(t)]$ 为随机变量 $\tilde{S}_\lambda^{od}(t)$ 的期望值,

则先验最小期望路径问题定义为：

$$E_{\lambda}^*(x_o) = \max \{ E_{\lambda}(x_o), \forall \lambda^{\text{od}} \in K^{\text{od}} \} \quad (5a)$$

$$\lambda^*(x_o) = \arg \max \{ E_{\lambda}(x_o), \forall \lambda^{\text{od}} \in K^{\text{od}} \} \quad (5b)$$

$$E_{\lambda}(x_o) = E [\tilde{S}_{\lambda}^{\text{od}}(t)] \quad (5c)$$

3.2 自适应最小期望路径问题

设 $E_{\mu}(x_o) = E [\tilde{S}_{\mu}^{\text{od}}(t) | I]$ 为随机变量 $\tilde{S}_{\mu}^{\text{od}}(t)$ 在当前信息 I 条件下的条件期望值，则自适应最小期望路径问题定义为：

$$E_{\mu}^*(x_o) = \max \{ E_{\mu}(x_o), \forall \mu \} \quad (6a)$$

$$\mu^*(x_o) = \arg \max \{ E_{\mu}(x_o), \forall \mu \} \quad (6b)$$

$$E_{\mu}(x_o) = E [\tilde{S}_{\mu}^{\text{od}}(t) | I] \quad (6c)$$

3.3 先验最可靠路径问题

设 $U_{\lambda}(x_o) = P(\tilde{S}_{\lambda}^{\text{od}}(t) \leq b)$ 为事件 $\tilde{S}_{\lambda}^{\text{od}}(t) \leq b$ 发生的概率，则先验最可靠路径问题定义为：

$$U_{\lambda}^*(x_o) = \max \{ U_{\lambda}(x_o), \forall \lambda^{\text{od}} \in K^{\text{od}} \} \quad (7a)$$

$$\lambda^*(x_o) = \arg \max \{ U_{\lambda}(x_o), \forall \lambda^{\text{od}} \in K^{\text{od}} \} \quad (7b)$$

$$U_{\lambda}(x_o) = P(\tilde{S}_{\lambda}^{\text{od}}(t) \leq b) \quad (7c)$$

3.4 自适应最可靠路径问题

设 $U_{\mu}(x_o) = P(\tilde{S}_{\mu}^{\text{od}}(t) \leq b | I)$ 为事件 $\tilde{S}_{\mu}^{\text{od}}(t) \leq b$ ，在当前信息 I 条件下发生的条件概率，则自适应最可靠路径问题定义为：

$$U_{\mu}^*(x_o) = \max \{ U_{\mu}(x_o), \forall \mu \} \quad (8a)$$

$$\mu^*(x_o) = \arg \max \{ U_{\mu}(x_o), \forall \mu \} \quad (8b)$$

$$U_{\mu}(x_o) = P(\tilde{S}_{\mu}^{\text{od}}(t) \leq b | I) \quad (8c)$$

4 交通网络最优路径问题的分类

交通网络最优路径问题依赖于交通网络的建模、

路径决策和路径指标函数的设定等方面。交通网络模型分为四类网络模型，路径的决策分为先验和自适应决策两种类型，路径的指标函数分为期望值函数和可靠度函数两种。因为，在确定网络（静态或者动态）环境下先验和自适应路径在求解时是一样的，所以，我们把它们归为一类。因为，在确定网络（静态或者动态）环境下最可靠路径问题没有可研究的必要，但是，为了统一，我们也把它归为一类。综上所述，交通网络耗时最优路径问题可以分为以下 10 类问题，如表 1 中所示，具体如下：

表 1 交通网络最优路径问题分类

Tab.1 Classification of optimal routing problem in traffic network

路径策略	网络模型		
	确定性网络(静态或者动态)	静态随机网络	动态随机网络
先验最小期望路径问题	1	3	7
自适应最小期望路径问题		4	8
先验最可靠路径问题	2	5	9
自适应最可靠路径问题		6	10

(1) 确定网络（静态或者动态）环境下，因为 $E_{\lambda}(x_o) = E [\tilde{S}_{\lambda}^{\text{od}}(t)] = S_{\lambda}^{\text{od}}$ 是确定值并且起点状态是 $x_o = (o)$ ，先验和自适应最小期望路径问题退化为下面的 DS-APESPP 问题：

$$E_{\lambda}^*(x_o) = \max \{ S_{\lambda}^{\text{od}}, \forall \lambda^{\text{od}} \in K^{\text{od}} \} \quad (9a)$$

$$\lambda^*(x_o) = \arg \max \{ S_{\lambda}^{\text{od}}(x_o), \forall \lambda^{\text{od}} \in K^{\text{od}} \} \quad (9b)$$

在动态确定网络环境下，因为 $E_{\lambda}(x_o) = E [\tilde{S}_{\lambda}^{\text{od}}(t)] = S_{\lambda}^{\text{od}}(t)$ 是关于时间 t 的函数并且起点状态是 $x_o = (o, t)$ ，先验和自适应最小期望路径问题退化为下面的 DS-APESPP 问题：

$$E_{\lambda}^*(x_o) = \max \{ S_{\lambda}^{\text{od}}(t), \forall \lambda^{\text{od}} \in K^{\text{od}} \} \quad (10a)$$

$$\lambda^*(x_o) = \arg \max \{ S_{\lambda}^{\text{od}}(t), \forall \lambda^{\text{od}} \in K^{\text{od}} \} \quad (10b)$$

(2) 在确定网络(静态或者动态)环境下,因为边的行程时间是确定的值,先验和自适应最可靠路径问题就没有研究的必要。

(3) 在静态随机网络环境下,因为 $E_{\lambda}(x_o) = E[\tilde{S}_{\lambda}^{od}(t)] = E[\tilde{S}_{\lambda}^{od}]$, 并且 $x_o = \{o\}$, 先验最小期望路径问题退化为下面的 SS-APESPP 问题:

$$E_{\lambda}^*(x_o) = \max\{E[\tilde{S}_{\lambda}^{od}], \forall \lambda^{od} \in K^{od}\} \quad (11a)$$

$$\lambda^*(x_o) = \arg \max\{E[\tilde{S}_{\lambda}^{od}], \forall \lambda^{od} \in K^{od}\} \quad (11b)$$

(4) 在静态随机网络环境下,因为 $E_{\lambda}(x_o) = E[\tilde{S}_{\mu}^{od}(t)|I] = E[\tilde{S}_{\mu}^{od}|I]$, 并且 $x_o = \{o, I\}$, 自适应最小期望路径问题退化为下面的 SS-OERPP 问题:

$$E_{\lambda}^*(x_o) = \max\{E[\tilde{S}_{\mu}^{od}|I], \forall \mu\} \quad (12a)$$

$$\mu^*(x_o) = \arg \max\{E[\tilde{S}_{\mu}^{od}|I], \forall \mu\} \quad (12b)$$

(5) 在静态随机网络环境下,因为 $U_{\lambda}(x_o) = P(\tilde{S}_{\lambda}^{od}(t) < b) = P(\tilde{S}_{\lambda}^{od} < b)$, 并且 $x_o = \{o, b\}$, 先验最可靠路径问题退化为下面的 SS-APRSPP 问题:

$$U_{\lambda}^*(x_o) = \max\{P(\tilde{S}_{\lambda}^{od} < b), \forall \lambda^{od} \in K^{od}\} \quad (13a)$$

$$\lambda^*(x_o) = \arg \max\{P(\tilde{S}_{\lambda}^{od} < b), \forall \lambda^{od} \in K^{od}\} \quad (13b)$$

(6) 在静态随机网络环境下,因为 $U_{\mu}(x_o) = P(\tilde{S}_{\mu}^{od}(t) < b|I) = P(\tilde{S}_{\mu}^{od} < b|I)$, 并且 $x_o = \{o, I, b\}$, 自适应最可靠路径问题退化为下面的 SS-ORRPP 问题:

$$U_{\mu}^*(x_o) = \max\{P(\tilde{S}_{\mu}^{od} < b|I), \forall \mu\} \quad (14a)$$

$$\mu^*(x_o) = \arg \max\{P(\tilde{S}_{\mu}^{od} < b|I), \forall \mu\} \quad (14b)$$

(7) 在动态随机网络环境下,因为 $E_{\lambda}(x_o) = E[\tilde{S}_{\lambda}^{od}(t)]$, 并且 $x_o = \{o, t\}$, 先验最小期望路径问题为下面的 SD-APESPP 问题:

$$E_{\lambda}^*(x_o) = \max\{E[\tilde{S}_{\lambda}^{od}(t)], \forall \lambda^{od} \in K^{od}\} \quad (15a)$$

$$\lambda^*(x_o) = \arg \max\{E[\tilde{S}_{\lambda}^{od}(t)], \forall \lambda^{od} \in K^{od}\} \quad (15b)$$

(8) 在动态随机网络环境下,因为 $E_{\mu}(x_o) = E[\tilde{S}_{\mu}^{od}(t)|I]$, 并且 $x_o = \{o, t, I\}$, $I \in \mathcal{I}(t)$, 自适应最小期望路径问题为下面的 SD-ORRPP 问题:

$$E_{\mu}^*(x_o) = \max\{E[\tilde{S}_{\mu}^{od}(t)|I], \forall \mu\} \quad (16a)$$

$$\mu^*(x_o) = \arg \max\{E[\tilde{S}_{\mu}^{od}(t)|I], \forall \mu\} \quad (16b)$$

(9) 在动态随机网络环境下,因为 $U_{\lambda}(x_o) = P(\tilde{S}_{\lambda}^{od}(t) < b)$, 并且 $x_o = \{o, t, b\}$, 先验最可靠路径问题为下面的 SD-APRSPP 问题:

$$U_{\lambda}^*(x_o) = \max\{P(\tilde{S}_{\lambda}^{od} < b), \forall \lambda^{od} \in K^{od}\} \quad (17a)$$

$$\lambda^*(x_o) = \arg \max\{P(\tilde{S}_{\lambda}^{od} < b), \forall \lambda^{od} \in K^{od}\} \quad (17b)$$

(10) 在动态随机网络环境下,因为 $U_{\mu}(x_o) = P(\tilde{S}_{\mu}^{od}(t) < b|I)$, 并且 $x_o = \{o, t, I, b\}$, 自适应最可靠路径问题为下面的 SD-ORRPP 问题:

$$U_{\mu}^*(x_o) = \max\{P(\tilde{S}_{\mu}^{od}(t) < b|I), \forall \mu\} \quad (18a)$$

$$\mu^*(x_o) = \arg \max\{P(\tilde{S}_{\mu}^{od}(t) < b|I), \forall \mu\} \quad (18b)$$

6 结 论

交通网络最优路径问题分类由三个子问题分类组成,作者综合运用图论,随机变量和随机过程等理论对交通网络模型进行了分类,先运用决策论对路径决策类型进行了分类,然后针对不同需求对路径目标函数进行了分类,最后对交通网络最优路径问题进行全面的分类。主要结论如下:交通网络按特性划分为四种网络:静态确定网络,动态确定网络,静态随机网络和动态随机网络。路径的决策分为两种决策:先验决策和自适应决策。路径的目标函数分为:期望值模型和可靠度模型。根据以上针对交通网络,路径的决策以及路径目标函数的分类,给出了交通网络最优路径问题综合分类,交通网络最优路径问题就分为 10 类子问题。

- [3] 王 芳, 李倩等, 宜居旅游城市综合交通规划的思路探讨——以厦门市为例[J]. 2011, 1: 98-102.
- [4] 北京大地风景旅游景观规划院, 美国浩华管理顾问有限公司. 长白山旅游总体规划[R]. 2011-2020.
- [5] 长白山保护开发区管委会. 吉林省长白山开发区管委会国民经济与社会发展“十二五”规划[R]. 吉林: 2010.
- [6] 周宪华. 公路网规划与设计[M], 北京: 人民交通出版社, 1991.
- [7] 葛 亮. 关于旅游公路规划的若干思考[J]. 交通标准化, 2006, 2(3): 142-145.
- [8] 张秀海. 山区旅游专用道路规划设计与开发思路[J]. 山西科技, 2002, (3): 52-53.
- [9] 郭来兴. 浅析山区专线旅游公路[J]. 山西交通科技, 2003, 4: 65-67.
- [10] 尹建坤. 对旅游公路建设若干问题的研究[J]. 交通企业管理, 2011, (8): 34-36.
- [11] 张 研. 城市经济与环境发展耦合机制研究[J]. 环境科学学报, 2003(1): 108-112.

(中文编辑: 刘娉婷)

上接第 51 页

参考文献

- [1] 黄 卫 等编. 智能交通系统理论研究与实践[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 2011.
- [2] 杨兆升. 城市交通流诱导系统理论与模型[M]. 北京: 人民交通出版社, 2000.
- [3] Schrank D., Lomax T. The 2009 urban mobility report[R]. Annual report, Texas Transportation Institute, The Texas A & M University System, 2009.
- [4] Bell Weinheim G. H., Iida Y. Transportation network analysis [M]. Weinheim: Wiley, 1997.
- [5] Hall R. W. The fastest path through a network with random time-dependent travel times[J]. Transportation Science, 1986, 20(3): 182-188.
- [6] Gao S., Chabini I. Optimal routing policy problems in stochastic time-dependent networks [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2006, 40(2): 93-122.
- [7] Miller-Hooks E. D. and Mahmassani H. S. Least possible time paths in stochastic, time-varying transportation networks [J]. Computers & Operations Research, 1998, 25: 1107-1125.
- [8] Wu X., Nie Y. Modeling heterogeneous risk-taking behavior in route choice: a stochastic dominance approach [J]. Transportation Research (Part A 45), 2011: 896-915.

(中文编辑: 吴继屏)